

- (1) Schreiben Sie eine Wahrheitstafel für die folgende Aussage auf und bestimmen Sie, ob es sich um eine tautologische, kontradiktorische oder kontingente Aussage handelt.
- $$\neg p \wedge \neg q \leftrightarrow p \vee q$$
- (2) Führen Sie die folgenden Ableitungen im KNS durch. Sie können dabei sowohl elementare als auch abgeleitete Schlussregeln verwenden. Geben Sie zu jedem Schritt in Ihren Ableitungen die jeweilige Schlussregel an.
- (a) $p \rightarrow (q \rightarrow \neg \neg r), p \wedge \neg r \quad \vdash \quad \neg q$
- (b) $p \rightarrow (q \rightarrow r) \quad \vdash \quad (p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)$
- (c) $r \rightarrow p \vee q, t \rightarrow q \vee s, \neg q \quad \vdash \quad \neg p \wedge \neg s \rightarrow \neg r \wedge \neg t$
- (3) Beweisen Sie im KNS: $\vdash (p \rightarrow q) \rightarrow \neg(p \wedge \neg q)$
- (4) Geben Sie für die folgenden Sätze eine möglichst detaillierte Übersetzung in die Sprache der Prädikatenlogik. Geben Sie für alle verwendeten Prädikate und Relationen den Übersetzungsschlüssel an.
- (a) Jede(r) Kursteilnehmer/in kennt eine(n) andere(n) Kursteilnehmer/in.
- (b) Wenn jemand alle Aufgaben gelöst hat, bekommt er/sie einen Schein.
- (5) Definieren Sie in der Sprache der Prädikatenlogik die folgenden logisch-semantischen Relationen und geben Sie jeweils ein sprachliches Beispiel:
- (a) Hypo-/Hyperonymie
- (b) Antonymie
- (c) Komplementarität
- (6) Übersetzen Sie den folgenden, schon aus der klassischen aristotelischen Logik bekannten Schluss in die Sprache der Prädikatenlogik und zeigen Sie mit Hilfe einer kommentierten Ableitung im KNS die Gültigkeit des Schlusses:
- (a) Alle Menschen sind Lebewesen.
- (b) Alle Lebewesen sind sterblich.
- (c) Also: Alle Menschen sind sterblich.
- (7) Schreiben Sie eine kommentierte Ableitung im KNS für die Prädikatenlogik:
- $$\forall x (F(x) \rightarrow \neg G(x)), F(a) \wedge G(b) \quad \vdash \quad \exists x F(x) \wedge \exists x \neg F(x)$$
- (8) Zeichnen Sie Venn-Diagramme für die folgenden mengentheoretischen Ausdrücke:
- (a) $X \cup (Y \cap Z)$
- (b) $(X \cup Y) \cap (X \cup Z)$
- (9) Bestimmen Sie das Cartesische Produkt der Mengen $M1 = \{x, y, z\}$ und $M2 = \{a, b, c, d\}$.
- (10) Bestimmen Sie die Relation 'ist (echt) kleiner als' (d.h. '<') von der Menge $M3 = \{1, 3, 5\}$ in die Menge $M4 = \{2, 4, 6\}$.
- (11) Definieren Sie und geben Sie je ein Beispiel für die folgenden Ordnungsrelationen:
- (a) strikte partielle Ordnung (SPO)
- (b) strikte totale Ordnung (lineare Ordnung)
- (c) Äquivalenzrelation
- (12) Definieren Sie und geben Sie je ein Beispiel für die folgenden Arten von Funktionen:
- (a) injektive Funktion
- (b) surjektive Funktion
- (c) bijektive Funktion
- (13) Für ein Sprachfragment mit den Individuenkonstanten a, b, c, dem Prädikatsausdruck F und dem Relationsausdruck R sei ein Modell gegeben, dessen Individuenbereich D aus den Zahlen 1, 2 und 3 besteht; die Zahlen werden durch die Individuenkonstanten a, b bzw. c bezeichnet. F soll als "ist eine gerade Zahl", R als "ist (echt) kleiner als" interpretiert werden.
- (a) Definieren Sie die Wertzuweisungsfunktion V für alle Individuenkonstanten, Prädikate und Relationen des Sprachfragments.
- (b) Übersetzen Sie die folgenden prädikatenlogischen Aussagen in umgangssprachliche Sätze (entsprechend dem Modell).
- (i) $R(b, a)$
- (ii) $\neg \exists x R(x, c)$
- (a) Welche der Aussagen aus (b) sind wahr in dem Modell, welche nicht?
- (b) Berechnen Sie den Wahrheitswert von Aussage (13.b.i) detailliert gemäß den Regeln der modelltheoretischen Interpretation.